

**CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ „ADOLF HAIMOVICI”  
Etapa locală, 19.02.2017****Filiera tehnologică: profilul servicii, resurse naturale și protecția mediului****Clasa a XII-a****1.** Pe mulțimea numerelor reale definim legea de compoziție

$$x * y = 2(x - 1)(y - 1) + 1, (\forall) x, y \in \mathbb{R}.$$

- Calculați  $2 * 3'$ , unde  $3'$  este simetricul elementului 3.
- Aflați  $m \in \mathbb{R}$  dacă  $x * x * x = 2^m(x - 1)^3 + 1, (\forall) x \in \mathbb{R}$ .
- Pe tablă sunt scrise numerele de la  $\{0, 1, 2, 3, \dots, 25\}$ . În clasă sunt 25 de elevi. Fiecare copil vine la tablă alege la întâmplare 2 numere, le șterge și pune în loc rezultatul compunerii lor după legea dată. Ce număr va scrie ultimul copil pe tablă?

**2.** Fie funcția  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \quad f(x) = \frac{3}{(x^2+1)(x^2+4)}$ .

- Aflați  $a, b$  dacă  $F: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, F(x) = a \cdot \arctg x + b \cdot \arctg \frac{x}{2}$  este o primitivă a lui  $f$ .
- Calculați  $\int_0^1 (x^4 - 1) \cdot f(x) dx$ .
- Calculați  $\int_0^1 x \cdot f(x) dx$ .

**3.** Fie funcția  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \frac{2x}{x^2+1}$ .

$$\text{Arătați că } \int_0^2 f(x) dx > \int_2^3 f(x) dx + \int_3^4 f(x) dx.$$

**4.**

- Determinați soluțiile ecuației  $x^2 = \hat{2} + x$ , în inelul  $(Z_6, +, \cdot)$ .
- Numim „ideală” perechea de tipul  $(\hat{a}, \hat{b})$  cu  $\hat{a}, \hat{b} \in Z_4$  și  $a + b = \hat{0}$ . Determinați perechile ideale de tipul  $(\hat{a}, \hat{b})$ .
- Calculați produsul elementelor inversabile din  $Z_6$ .

**Notă:****Timp de lucru 3 ore.****Toate subiectele sunt obligatorii.****Fiecare subiect este notat cu punctaje de la 0 la 7.**